



Métodos de demostración

12 ejercicios en tres niveles, con las soluciones al final.

Nombre:

Curso:

Fecha:

En esta guía vas a practicar:

- Escribir demostraciones directas
- Usar el contrarrecíproco y el absurdo
- Refutar con contraejemplos y demostrar por inducción

A Para arrancar

Ejercicios básicos para fijar los conceptos.

1. Demostrá que la suma de dos números pares es par.
|
2. Demostrá que el producto de dos impares es impar.
|
3. Refutá con un contraejemplo: "todo número primo es impar".
|
4. Demostrá que $n(n + 1)$ es par para todo entero n .
|
5. ¿Qué diferencia hay entre verificar con ejemplos y demostrar?
|

B Para afianzar

Ejercicios que combinan varios pasos.

6. Demostrá por el contrarrecíproco: si n^2 es par, entonces n es par.
|

7. Demostrá por el absurdo que no existe un número racional mayor que todos.

8. Demostrá por inducción: $1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

9. ¿Es cierto que $n^2 + n + 41$ es primo para todo n natural?

C Desafío

Problemas para pensar y aplicar.

10. Demostrá que hay infinitos números primos (idea de Euclides).

11. Demostrá que $\sqrt{3}$ es irracional.

12. Demostrá que entre 13 personas, al menos dos cumplen años el mismo mes.

Soluciones

Primero intentá resolver cada ejercicio; después compará. Si tu resultado es distinto, revisá paso a paso.

1. $2a + 2b = 2(a + b)$, que es par.
2. $(2a + 1)(2b + 1) = 2(2ab + a + b) + 1$, que es impar.
3. El 2 es primo y par.
4. De dos enteros consecutivos, uno es par: el producto es par.
5. Los ejemplos solo muestran algunos casos; una demostración vale para todos.
6. Si n es impar, n^2 es impar (producto de impares). Por lo tanto, si n^2 es par, n es par.
7. Si M fuera el mayor, $M + 1$ sería racional y mayor. Absurdo.
8. Base: $1 = 1$. Paso: $\frac{n(n+1)}{2} + (n + 1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$ ✓
9. No: para $n = 40$ da $40^2 + 40 + 41 = 41^2$.
10. Si hubiera finitos $p_1, \dots, p_k$, el número $p_1 \cdots p_k + 1$ no es divisible por ninguno: o es primo o tiene un factor primo nuevo. Absurdo.
11. Si $\sqrt{3} = \frac{a}{b}$ irreducible, $a^2 = 3b^2$, entonces 3 divide a a ; con $a = 3c$, queda $b^2 = 3c^2$ y 3 divide a b . Contradicción.
12. Hay 12 meses y 13 personas: por el principio del palomar, algún mes tiene al menos 2.



Repasá la teoría con ejemplos y gráficos en matematicasactivas.com. Y si querés ver cualquier ejercicio resuelto paso a paso, escribilo en la **Calculadora paso a paso**.