



Geometría deductiva

16 ejercicios en tres niveles, con las soluciones al final.

Nombre:

Curso:

Fecha:

En esta guía vas a practicar:

- Distinguir axioma, definición, teorema y contraejemplo
- Escribir demostraciones con propiedades de ángulos y congruencias
- Detectar errores en razonamientos geométricos

A Para arrancar

Ejercicios básicos para fijar los conceptos.

1. Demostrá que dos ángulos opuestos por el vértice son iguales.
|
2. Demostrá que los ángulos interiores de un triángulo suman 180° . (Pista: trazá por un vértice la paralela al lado opuesto).
|
3. Dos paralelas son cortadas por una transversal y uno de los ángulos mide 70° . ¿Cuánto miden los demás?
|
4. Explicá la diferencia entre axioma, definición y teorema.
|
5. Dá un contraejemplo de: "Todo cuadrilátero con sus cuatro lados iguales es un cuadrado".
|
6. Enunciá el recíproco del teorema de Pitágoras.
|

B Para afianzar

Ejercicios que combinan varios pasos.

7. Demostrá que las diagonales de un paralelogramo se cortan en su punto medio.

8. Demostrá que en un triángulo isósceles los ángulos de la base son iguales.

9. Demostrá que un ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de los dos interiores no adyacentes.

10. Justificá que los ángulos interiores de un polígono convexo de n lados suman $180^\circ(n - 2)$. ¿Cuánto suman en un heptágono?

11. Demostrá que un ángulo inscripto con un lado sobre un diámetro mide la mitad del central que abarca el mismo arco.

12. Demostrá por el absurdo que dos rectas del plano perpendiculares a una misma recta son paralelas.

C Desafío

Problemas para pensar y aplicar.

13. Demostrá que la base media de un triángulo es paralela al tercer lado y mide la mitad.

14. Demostrá que las tres mediatrices de un triángulo se cortan en un mismo punto.



15. Demostrá que al unir los puntos medios de los lados de cualquier cuadrilátero se obtiene un paralelogramo (teorema de Varignon).



16. Existe una famosa "demostración" de que todos los triángulos son isósceles. Su error está en el dibujo. ¿Qué enseña este ejemplo?



Soluciones

Primero intentá resolver cada ejercicio; después compará. Si tu resultado es distinto, revisá paso a paso.

1. Si α y β son opuestos y γ es adyacente a ambos: $\alpha + \gamma = 180^\circ$ y $\beta + \gamma = 180^\circ$, entonces $\alpha = \beta$.
2. Por el vértice se traza la paralela al lado opuesto. Los ángulos alternos internos son iguales a los otros dos ángulos del triángulo, y los tres forman un ángulo llano: 180° .
3. Cuatro miden 70° (opuestos, alternos y correspondientes) y los otros cuatro 110° .
4. Axioma: se acepta sin demostrar. Definición: fija el significado de un término. Teorema: se demuestra a partir de axiomas, definiciones y otros teoremas.
5. Un rombo que no tiene ángulos rectos.
6. Si en un triángulo $a^2 + b^2 = c^2$, entonces el triángulo es rectángulo (con el ángulo recto opuesto a c).
7. Los triángulos que forman las diagonales con dos lados opuestos son congruentes por ALA (lados opuestos iguales y ángulos alternos internos iguales). Entonces las mitades de cada diagonal son iguales.
8. La mediana desde el vértice divide al triángulo en dos triángulos congruentes por LLL; los ángulos de la base son correspondientes.
9. El exterior y su interior adyacente suman 180° , igual que los tres interiores. Restando el adyacente queda la suma de los otros dos.
10. Desde un vértice se forman $n - 2$ triángulos. Heptágono: $180^\circ \cdot 5 = 900^\circ$.
11. El triángulo formado con el centro es isósceles (dos radios). El ángulo central es exterior a ese triángulo, así que vale la suma de los dos ángulos iguales: el doble del inscripto.
12. Si se cortaran en un punto P, se formaría un triángulo con dos ángulos de 90° , y la suma superaría 180° . Absurdo.
13. El triángulo pequeño y el grande comparten un ángulo y tienen lados en razón $\frac{1}{2}$ (LAL): son semejantes con $k = \frac{1}{2}$. Por eso la base media mide la mitad y los ángulos correspondientes iguales dan el paralelismo.
14. El punto donde se cortan dos mediatrices está a igual distancia de los tres vértices; por eso también pertenece a la tercera mediatriz.
15. Trazando una diagonal, los dos lados del cuadrilátero interior apoyados en ella son bases medias de dos triángulos: ambos son paralelos a la diagonal y miden su mitad. Lo mismo con la otra diagonal.
16. Que un dibujo no es una prueba: en la figura real, el punto de corte que se usa queda fuera del triángulo. Las demostraciones deben apoyarse en propiedades, no en cómo se ve la figura.



Repasá la teoría con ejemplos y gráficos en matematicasactivas.com. Y si querés ver cualquier ejercicio resuelto paso a paso, escribilo en la **Calculadora paso a paso**.