



Aplicaciones de la derivada

12 ejercicios en tres niveles, con las soluciones al final.

Nombre:

Curso:

Fecha:

En esta guía vas a practicar:

- Hallar extremos y estudiar la concavidad
- Resolver problemas de optimización
- Aplicar la regla de L'Hôpital y la razón de cambio

A Para arrancar

Ejercicios básicos para fijar los conceptos.

1. Hallá los extremos relativos de $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$.

2. ¿Dónde tiene un punto de inflexión esa función?

3. Si $f''(a) > 0$ y $f'(a) = 0$, ¿qué hay en $x = a$?

4. Usá L'Hôpital: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

5. ¿Cuándo es cóncava hacia arriba una función?

B Para afianzar

Ejercicios que combinan varios pasos.

6. Con 100 m de alambre se quiere cercar un rectángulo de área máxima. ¿Qué medidas tiene?

7. De una chapa cuadrada de 12 cm se cortan cuadrados de lado x en las esquinas para armar una caja sin tapa. ¿Qué x da el volumen máximo?

8. Usá L'Hôpital: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$

9. Un tanque se llena a razón de $3 \text{ m}^3/\text{min}$. Si es un cilindro de radio 2 m, ¿a qué velocidad sube el nivel?

C Desafío

Problemas para pensar y aplicar.

10. Hallá el punto de $y = x^2$ más cercano a $(0, 3)$.

11. Una empresa tiene costo $C(q) = q^2 + 100$ e ingreso $I(q) = 40q$. ¿Qué cantidad maximiza la ganancia?

12. Usá la aproximación lineal para estimar $\sqrt{26}$ a partir de $\sqrt{25}$.

Soluciones

Primero intentá resolver cada ejercicio; después compará. Si tu resultado es distinto, revisá paso a paso.

1. $f'(x) = 3(x-1)(x-3)$: máximo (1, 5), mínimo (3, 1).
2. $f''(x) = 6x - 12 = 0$: en $x = 2$, punto (2, 3).
3. Un mínimo relativo.
4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x}{1} = 2$
5. Cuando $f'' > 0$ (la pendiente aumenta).
6. Lados a y $50 - a$; $A' = 50 - 2a = 0$: un cuadrado de 25 m $\times$ 25 m.
7. $V = (12 - 2x)^2 x$; $V' = 0$ en $x = 2$: volumen 128 cm³.
8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos x}{1} = 1$
9. $V = 4\pi h \Rightarrow h' = \frac{3}{4\pi} \approx 0,24$ m/min
10. Minimizando $d^2 = x^2 + (x^2 - 3)^2$: $x = \pm\sqrt{\frac{5}{2}}$, puntos $(\pm\sqrt{\frac{5}{2}}, \frac{5}{2})$.
11. $G = 40q - q^2 - 100$; $G' = 0$ en $q = 20$, ganancia 300.
12. $\sqrt{26} \approx 5 + \frac{1}{2 \cdot 5} = 5,1$ (real $\approx 5,1$).



Repasá la teoría con ejemplos y gráficos en matematicasactivas.com. Y si querés ver cualquier ejercicio resuelto paso a paso, escribilo en la **Calculadora paso a paso**.